

构造函数

一、单选题

1. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $3f(x) + xf'(x) > 0$, 则必有 ()

- A. $f(10) > 8f(20)$ B. $f(10) < 8f(20)$ C. $8f(10) < f(20)$
D. $f(10) < 4f(20)$

2. $f(x)$ 是定义在 $(0, +\infty)$ 上的非负可导函数, 且满足 $xf'(x) - f(x) < 0$, 对任意正数 a, b , 若 $a < b$, 则必有 ()

- A. $af(b) < bf(a)$ B. $bf(a) < af(b)$
C. $af(a) < bf(b)$ D. $bf(b) < af(a)$

3. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若对任意实数 x , 有 $f(x) > f'(x)$, 且 $f(x) + 2026$ 为奇函数, 则不等式 $f(x) + 2026e^x < 0$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, \ln 2026)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(2026, +\infty)$

4. 已知定义在 $(0, +\infty)$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若 $f'(x) < 2x$, 且 $f(5) = 3$, 则不等式 $f(2x-1) + 4x > 4x^2 - 21$ 的解集是 ()

- A. $(-\infty, 3)$ B. $(3, +\infty)$ C. $(0, 3)$ D. $\left(\frac{1}{2}, 3\right)$

5. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的可导函数, $f'(x)$ 为其导函数, 且 $f(x) < f'(x)$ 恒成立, 其中 e 是自然对数的底数, 则 ()

- A. $f(2025) < ef(2026)$ B. $ef(2025) > f(2026)$
C. $ef(2025) = f(2026)$ D. $ef(2025) < f(2026)$

6. 已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$ 满足: 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $x > f'(x)$, 若 $f(1+k) - f(1-k) \leq 2k$, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 0]$ B. $\left[-\infty, \frac{1}{2}\right]$ C. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ D. $[0, +\infty)$

7. 已知函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $\forall x \in \mathbf{R}$, $f(x) - f'(x) < 0$. 若关于 x 的不等式 $f(ax+3) > e^{ax+1}f(2)$ 在 $[-1, 2]$ 上恒成立, 则 a 的取值范围为 ()

- A. $[1, +\infty)$ B. $(1, +\infty)$ C. $[-\frac{1}{2}, 1]$ D. $(-\frac{1}{2}, 1)$

8. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x) > f'(x)$, $f(0) = 1$, 则不等式 $f(x) > e^x$ 的解集为 ()

- A. $(1, +\infty)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, 1)$ D. $(-\infty, 0)$

9. 设 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, $f(2) = 0$, 当 $x > 0$ 时, 有 $xf'(x) - f(x) < 0$ 恒成立, 则不等式 $f(x) > 0$ 的解集为 ()

- A. $(-2, 0) \cup (0, 2)$ B. $(-2, 0) \cup (0, +\infty)$
C. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ D. $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, $f(1) = -1$, 其导函数 $f'(x)$ 满足 $xf'(x) - 2f(x) > 0$, 则不等式 $f(x+2026) + (x+2026)^2 < 0$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, -2025)$ B. $(0, 2025)$ C. $(-2026, +\infty)$ D. $(-2026, -2025)$

11. 已知 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的函数, 导函数 $f'(x)$ 满足 $f'(x) < f(x)$ 对于 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则 ()

- A. $f(3) < e^2 f(0)$ B. $f(2) > e^2 f(0)$
C. $e^2 f(-1) > f(1)$ D. $e^2 f(-1) < f(1)$

12. 已知偶函数 $f(x) (x \neq 0)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且满足 $f(-1) = 0$, 当 $x > 0$ 时, $2f(x) > xf'(x)$, 则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是 ()

- A. $(-1, 0) \cup (0, 1)$ B. $(-1, 0)$
C. $(0, 1)$ D. $(-1, 1)$

13. 若函数 $f(x)$ 定义在 $(0, +\infty)$ 上且可导, $f(x) < xf'(x)$ 则 ()

- A. $ef(1) < f(e)$ B. $ef(1) > f(e)$ C. $ef(1) = f(e)$ D. $f(1) = f(e)$

14. 设定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $y = f(x)$ 满足任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+2) = -f(x)$, 且 $x \in (0, 4]$ 时, 有 $f'(x) < \frac{f(x)}{x}$, 则 $f(2024)$ 、 $4f(2025)$ 、 $2f(2026)$ 的大小关系是 ()

- A. $2f(2026) < f(2024) < 4f(2025)$ B. $2f(2026) > f(2024) > 4f(2025)$

C. $4f(2025) < 2f(2026) < f(2024)$ D. $4f(2025) > 2f(2026) > f(2024)$

15. 已知函数 $y = f(x-2)$ 的图象关于点 $(2,0)$ 对称, 函数 $y = f(x)$ 对于任意的 $x \in (0, \pi)$ 满足 $f'(x) \cos x > f(x) \sin x$ (其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数), 则下列不等式成立的是 ()

A. $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) > \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ B. $f\left(-\frac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{6}\right)$
C. $\sqrt{2}f\left(-\frac{\pi}{4}\right) > \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{6}\right)$ D. $\sqrt{2}f\left(-\frac{\pi}{4}\right) > f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$

16. 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的图象是一条连续不断的曲线, 且 $f(-x) + f(x) = 0$, 若当 $x > 0$ 时, $[f(x) + f'(x)]e^x > [f(x) - f'(x)]e^{-x}$, 则 ()

A. $f(e) < f(-e)$ B. $xf'(x) \leq 0$
C. $f(x)$ 存在极值点 D. $f(x)$ 有且只有一个零点

17. 已知函数 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数, 对任意 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $f'(x) + f(x) \tan x > 0$, 则下列结论正确的是 ()

A. $f\left(\frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ B. $\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{6}\right) > \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$
C. $f\left(\frac{\pi}{4}\right) < \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right)$ D. $\sqrt{2}f\left(\frac{\pi}{6}\right) < \sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{4}\right)$

18. 已知 $f(x)$ 是定义在 $(-5,0) \cup (0,5)$ 的偶函数, 当 $x > 0$ 时, $xf'(x) - 2f(x) < 0$, 且 $f(2) = 0$, 则 $(x-1)f(x) > 0$ 的解集为 ()

A. $(-5, -2) \cup (1, 2)$ B. $(-2, -1) \cup (2, 5)$
C. $(-5, -2) \cup (2, 5)$ D. $(-2, 0) \cup (0, 2)$

19. 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 若对任意实数 x , 有 $f(x) > f'(x)$, 且 $f(x) + 2026$ 为奇函数, 则不等式 $f(x) + 2026e^x > 0$ 的解集是 ()

A. $(-\infty, 0)$ B. $(-\infty, \ln 2026)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(2026, +\infty)$

20. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = e$, 且 $f'(x) - f(x) < 0$, 则不等式 $f(x+1) > e^{x+1}$ 的解集是 ()

A. $(2, +\infty)$ B. $(-\infty, 2)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$